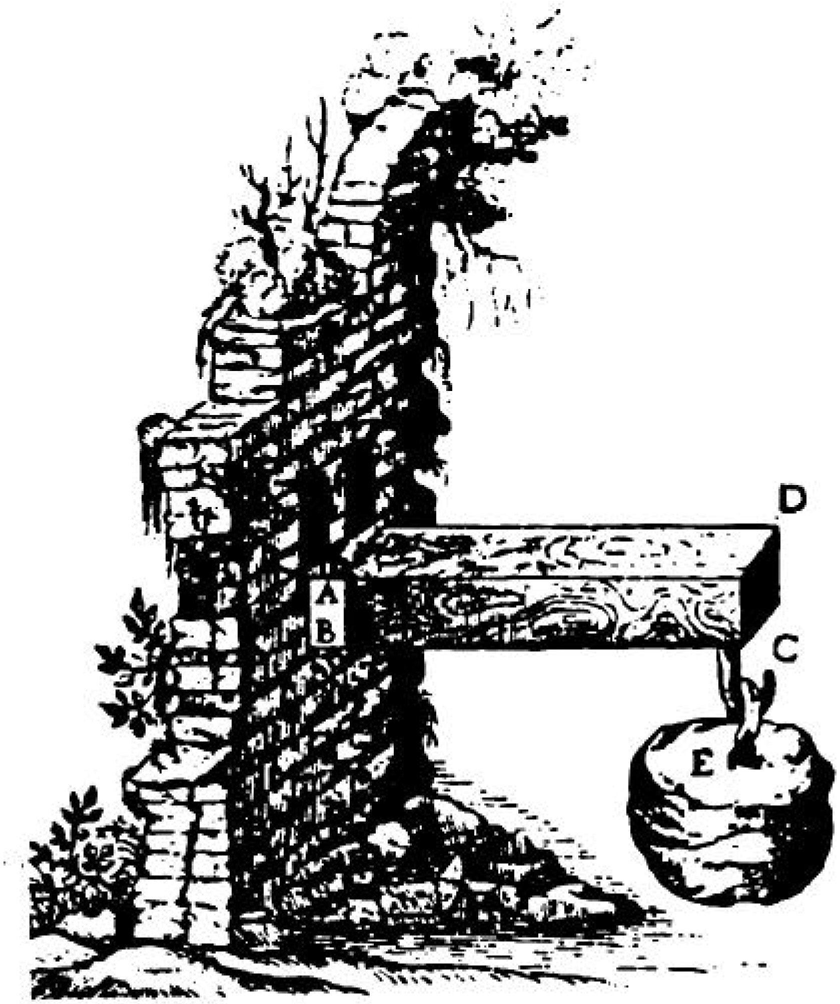
RESISTANCE DES MATERIAUX

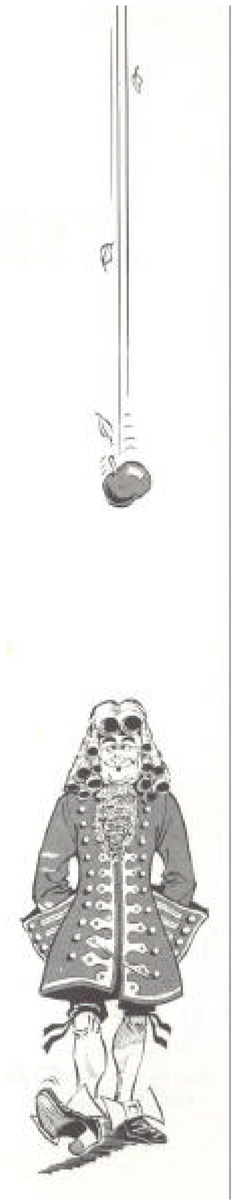
CISAILLEMENT



Gravure montrant l'essai d'une poutre en flexion

(Extrait de « *Discorsi e dimostrazioni mathematiche* » de Galilée)

SOMMAIRE

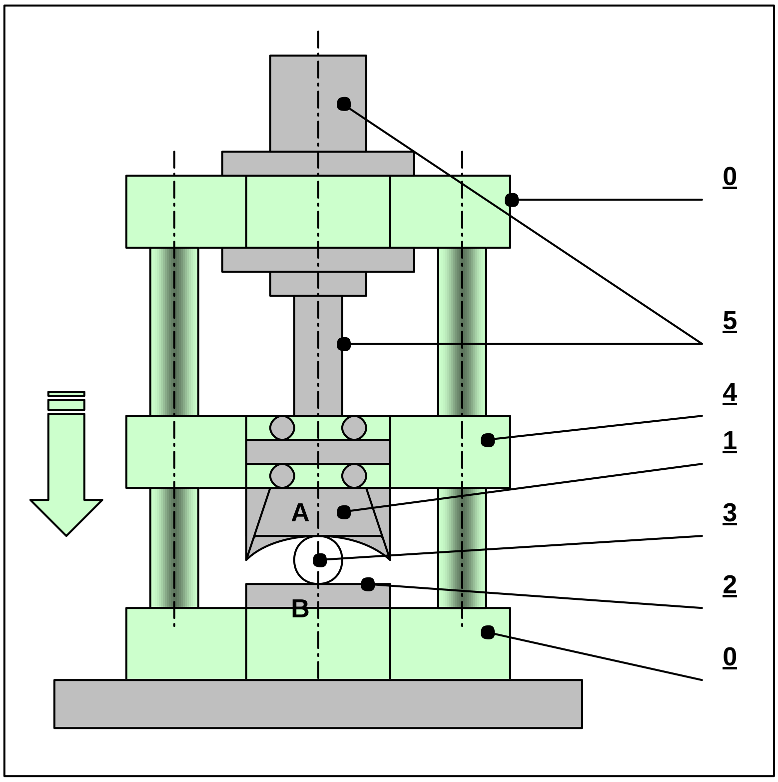


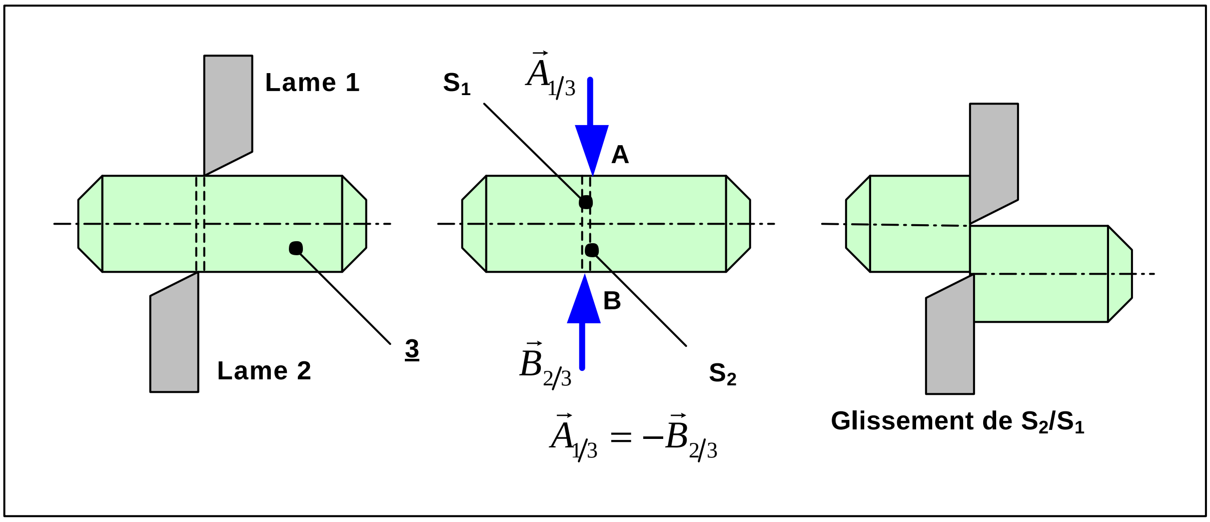
1. Définition - Exemples

Exemple 1 : une superbe cisaille hydraulique est utilisée pour couper des ronds, fers et plats de petites dimensions.

Elle se compose d'un bâti **0**, d'un coulisseau **4** en liaison glissière par rapport au bâti, d'une lame fixe **2**, d'une lame mobile **1** et d'un vérin hydraulique **5** fournissant l'effort de coupe.

Les efforts de cisaillement $\vec{A}_{1/3}$ et $\vec{B}_{2/3}$ exercés par les lames sont perpendiculaires à la poutre **3**. Le cisaillement de la poutre se traduit par le glissement de la section droite S_1 par rapport à la section droite S_2 qui lui est directement en contact.

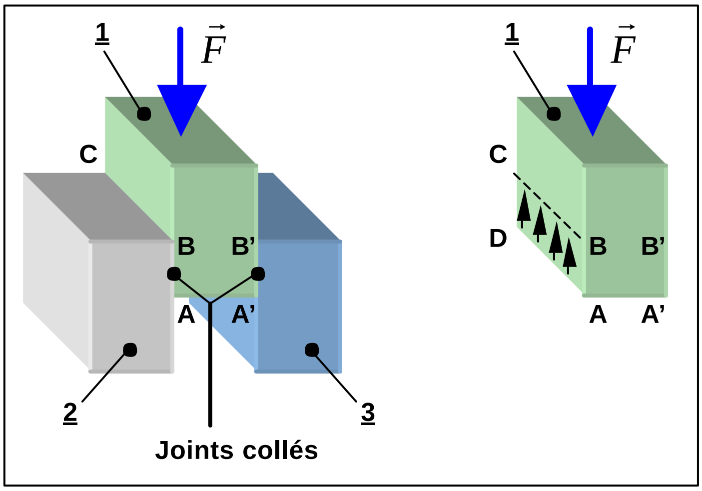




$$\vec{A}_{1/3} = -\vec{B}_{2/3}$$

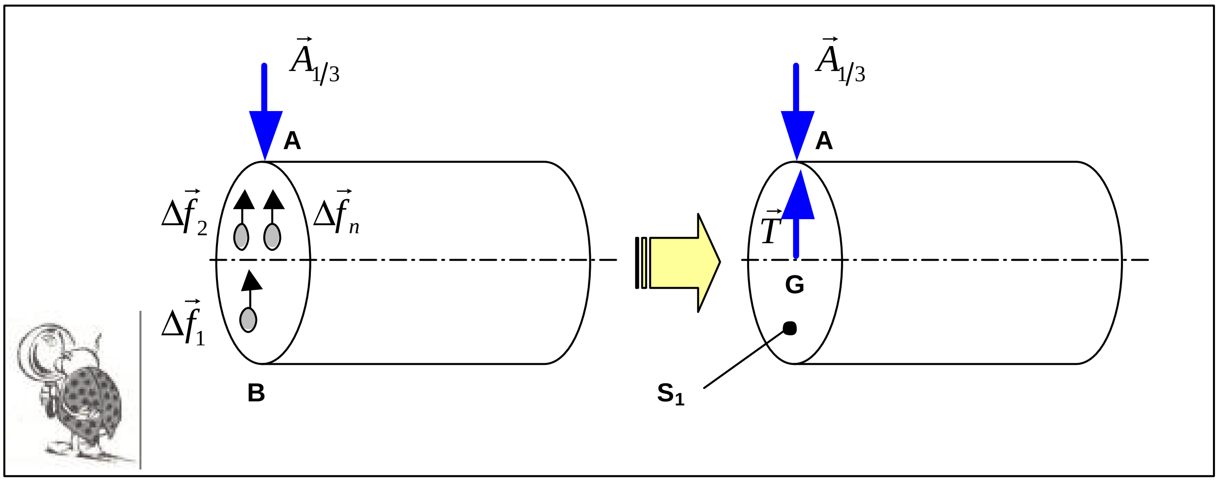
Exemple 2 : trois blocs identiques **1**, **2** et **3** de forme parallélépipédique sont collés en chape comme le montre la figure ci-contre.

L'assemblage supporte une charge $\vec{F}$ suivant son axe de symétrie. Les deux faces collées ABCD et A'B'C'D' sont soumises à un cisaillement de même nature que celui de l'exemple 1.



2. Effort tranchant T

Pour l'exemple du paragraphe précédent, les actions exercées par S_2 sur S_1 sont schématisées par un infinité de forces élémentaires $\Delta\vec{f}_1$, $\Delta\vec{f}_2$, ..., $\Delta\vec{f}_n$ qui agissent respectivement sur les surfaces élémentaires ΔS_1, ΔS_2, ..., ΔS_n telles que : $S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \ldots + \Delta S_n$



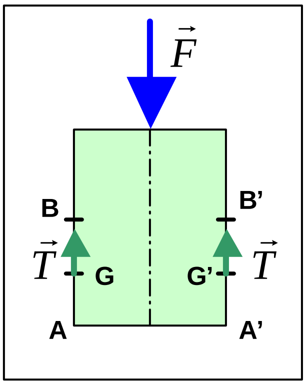
La résultante $\vec{T}$ des forces élémentaires s'applique au point G, barycentre de la section droite S_1. $\vec{T}$ est égale et opposée à $\vec{A}_{1/3}$ (Principe Fondamental de la Statique) :

$$\vec{T} = \Delta\vec{f}_1 + \Delta\vec{f}_2 + \ldots + \Delta\vec{f}_n = -\vec{A}_{1/3} = \text{effort tranchant}$$

Exemple : reprenons l'exemple 2 avec F = 200 daN.
Du fait de la symétrie, les faces ABCD et A'B'C'D' supportent le même effort tranchant $\vec{T}$. L'équilibre du bloc **1** donne :

$$T = \frac{F}{2} = 100\ daN$$

$\vec{T}$ s'applique aux centres de gravité des surfaces ABCD et A'B'C'D', respectivement G et G'.



3. Contrainte de cisaillement t

Si M_1, M_2, ..., M_n sont les centres des surfaces élémentaires ΔS_1, ΔS_2, ..., ΔS_n, en chaque point, la contrainte tangentielle τ est définie comme la limite du rapport Δf sur ΔS lorsque ΔS tend vers 0 :

$$t_1 = \underbrace{\lim}_{\Delta S_1 \to 0}\left(\frac{\Delta f_1}{\Delta S_1}\right) \quad ; \quad t_2 = \underbrace{\lim}_{\Delta S_2 \to 0}\left(\frac{\Delta f_2}{\Delta S_2}\right) \quad ; \dots ; \quad t_n = \underbrace{\lim}_{\Delta S_n \to 0}\left(\frac{\Delta f_n}{\Delta S_n}\right)$$

Remarque : t_1, t_2, ..., t_n sont contenues dans le plan de la section droite, contrairement aux contraintes normales σ (cas de la traction uniaxiale) qui lui sont perpendiculaires.

3.1 Contrainte tangentielle uniforme

Dans le cas du cisaillement, on suppose que toutes les contraintes tangentielles élémentaires sont identiques : il y a répartition uniforme des contraintes dans la section cisaillée. Il en résulte que :

$$t = \frac{T}{S}$$

avec t la contrainte tangentielle en N.mm^{-2}
T l'effort tranchant en N
S la section cisaillée en mm^{-2}

Pause récréative : reprenons l'exemple 1 de la poutre sectionnée par la cisaille hydraulique (toujours superbe au demeurant). Le vérin hydraulique **5** imprime un effort F = 10 000 daN sur la poutre de section circulaire de diamètre 50. Déterminons la contrainte dans la section cisaillée :

La section cisaillée vaut : $S = \dfrac{p \times 50^2}{4} \approx 1965\ mm^2$

La contrainte tangentielle est alors : $t = \dfrac{F}{S} = \dfrac{100\ 000}{1965} \approx 51\ N.mm^{-2}$

4. Calcul des constructions

On utilise le même raisonnement qu'en traction pour la plupart des constructions, sauf pour le cas où la rupture est recherchée (cas du sectionnement de la poutre par la cisaille par exemple), la contrainte tangentielle τ doit toujours rester inférieure à la contrainte admissible au cisaillement du matériau τ_{adm} ou Rpg :

$$t = \frac{T}{S} \leq t_{adm} \quad ou \quad Rpg \qquad \text{avec} \qquad t_{adm} = Rpg = \frac{\text{Re}\, g}{s}$$

avec *Rpg* la résistance pratique au glissement ou au cisaillement en $N.mm^{-2}$
Reg la limite élastique au cisaillement (analogue à *Re*) en $N.mm^{-2}$
Rg la limite à la rupture par cisaillement (analogue à *Rr*) en $N.mm^{-2}$
s le coefficient de sécurité adopté

Remarque : *Reg* et *Rg* sont des données obtenues par essais mécaniques sur les matériaux. Pour la plupart des métaux et alliages, en première approximation :

$$R_g \approx \frac{R_r}{2} \qquad \text{et} \qquad R_{eg} \approx \frac{R_e}{2}$$

Exemple : reprenons l'exemple 2 avec AB = A'B' = 30 mm et BC = B'C' = 100 mm. Si la contrainte admissible au cisaillement dans le joint collé est de 900 kPa, déterminons la charge F maximale supportable :

La section cisaillée vaut : $S = 30 \times 100 = 3\,000\ mm^2$

L'effort tranchant vaut : $T = \dfrac{F}{2}$

La contrainte de cisaillement s'exprime par : $t = \dfrac{T}{S} = \dfrac{F}{2\,S} = \dfrac{F}{2 \times 3\,000} \leq 0.9\ N.mm^{-2}$

D'où $F \leq 5\,400\ N$

5. DEFORMATION – ANGLE DE GLISSEMENT g

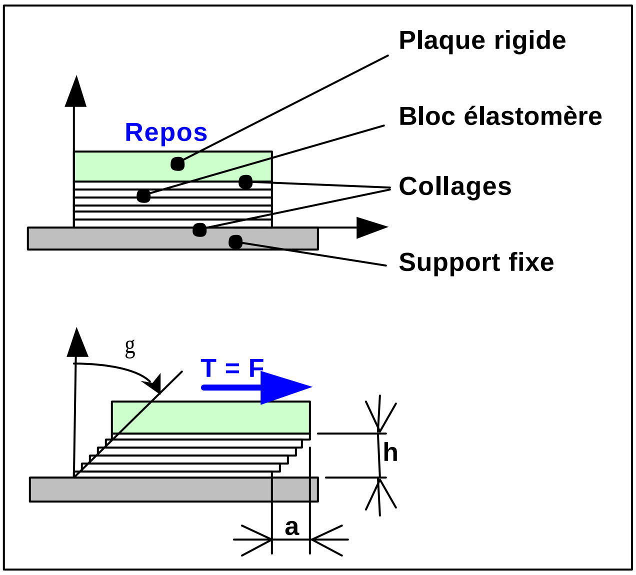
On a déjà vu dans les exemples précédents, que dans le cas du cisaillement, les déformations sont caractérisées par un glissement des sections droites les unes par rapport aux autres. Le glissement est mesuré par l'angle γ appelé angle de glissement (unité : radian).

Exemple 1 : un bloc en élastomère est collé entre une laque rigide et un support fixe. La plaque permet de bien répartir l'effort de cisaillement *T* sur tout le bloc.

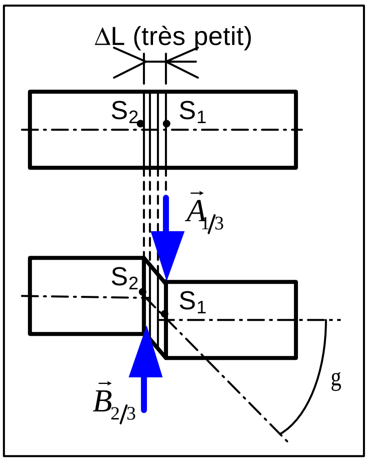
Le cisaillement amène un glissement des sections droites successives les unes par rapport aux autres (analogie avec un jeu de cartes que l'on étale sur une table).

Le glissement peut être caractérisé par l'angle γ, appelé angle de glissement et tel que : $tgg = a/h$

Si γ est petit : $tgg \approx g = a/h$



Exemple 2 : reprenons le cas de la poutre sectionnée par la cisaille hydraulique. Le glissement de la section droite S_1 par rapport à la section droite S_2 peut être défini par un angle de glissement γ analogue à celui de l'exemple 1 précédent.



Remarque : comme dans le cas de la sollicitation de traction, il existe des déformations élastiques (exemple du bloc élastomère) et des déformations plastiques (exemple de la poutre cisaillée).

5.1 Relation entre t et g

Lorsque les déformations sont élastiques, la contrainte de cisaillement τ est proportionnelle à l'angle de glissement γ. Autrement dit :

$$t = Gg$$

avec τ la contrainte tangentielle (en $N.mm^{-2}$)
γ l'angle de glissement (en rad)
G le module d'élasticité transversale (en $N.mm^{-2}$)

Remarque : cette dernière relation est analogue à la loi de Hooke (vu en traction) $s = E e$, avec G constante caractéristique du matériau au même titre que le module d'Young E (pour les métaux, $G \approx 0.4\,E$).

$$G = \frac{E}{2\left(1+n\right)}$$

avec E le module d'élasticité longitudinale (ou module d'Young en $N.mm^{-2}$)
G le module d'élasticité transversale (ou module de Coulomb en $N.mm^{-2}$)
ν le coefficient de Poisson (sans unité)

<u>**Exemple :**</u> reprenons l'exemple du bloc élastomère parallélépipédique (c x b x h) avec c = 50, b = 100 mm et G = 800 kPa. Déterminons γ si T = 100 daN et le décalage *a* si h = 25 mm.

Contrainte de cisaillement τ : $t = \frac{T}{S} = \frac{T}{c \times b} = \frac{1\,000}{50 \times 100} = 0.2\ N.mm^{-2}$

Angle de glissement γ : $g = \frac{t}{G} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25\ rad = 14.3°$

Décalage *a* : $a = h \tan g = 6.4\ mm$

Voilà, c'est tout pour aujourd'hui…