

Corrigé de l'épreuve de physique du BTS 89

Partie 1 – Étude du compresseur (le gaz étant considéré comme parfait)

1° question :

a) La compression adiabatique et réversible d'un gaz parfait obéit à la loi de Laplace : $p V^\gamma = \text{Cte}$.

Cela se traduit, ici, par : $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$

b) Le gaz parfait obéit à l'équation d'état : $p V = m r T$.

Dans les états 1 et 2 du fluide, on a : $V_1 = \frac{m r T_1}{p_1}$ et $V_2 = \frac{m r T_2}{p_2}$.

On remplace les volumes par leur expression dans la relation du a).

$$p_1 \left(\frac{m r T_1}{p_1} \right)^\gamma = p_2 \left(\frac{m r T_2}{p_2} \right)^\gamma \quad \text{soit : } p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma .$$

$$\text{On en déduit : } \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\gamma} \quad \text{puis : } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{et, enfin : } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} .$$

c) *Application numérique* : $T_2 \cong 341 \text{ K}$.

2° question : L'exposant γ est remplacé par l'exposant n de la polytropique.

La température T'_2 est, alors, reliée à la température T_1 par la relation suivante : $\frac{T'_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$.

$$\text{On en déduit : } \ln \frac{T'_2}{T_1} = \frac{n-1}{n} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \quad \text{soit : } 1 - \frac{1}{n} = \frac{\ln \left(\frac{T'_2}{T_1} \right)}{\ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)} \quad \text{A.N. : } n = 1,24$$

3° question :

Remarque : Le travail avec transvasement (appelé, parfois « travail de transvasement » ! ..) correspond au travail reçu par un fluide de la part des parties mobiles de la machine (compresseur, turbine, ...). Ce travail n'est pas égal au travail reçu par le fluide lors de son évolution entre l'amont et l'aval de la machine !...

Ce travail « avec transvasement » est donné par le premier Principe applicable aux fluides en écoulement : $W_{\text{tr}} + Q_{12} = H_2 - H_1$.

Le travail reçu par le fluide lors de son évolution de l'état 1 vers l'état 2 est donné par le premier principe : $W_{12} + Q_{12} = U_2 - U_1$.

Comme $U + pV = H$, il est facile de retrouver, l'expression fournie en fin d'énoncé à savoir : $W_{12\text{ tr}} = W_{12} + p_2V_2 - p_1V_1$.

3° question :

Les grandeurs massiques sont désignées par des lettres minuscules.

Le travail massique avec transvasement est donné par le premier Principe applicable aux fluides en écoulement : $w_{12\text{ tr}} + q_{12} = h_2 - h_1$.

a) *Compression isentropique* :

Pour une telle transformation, on a : $q_{12} = 0$. On obtient donc : $w_{12\text{ tr}}^{\text{is}} = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$.

Comme $c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$, on écrit : $w_{12\text{ tr}}^{\text{is}} = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$ A.N. : $w_{12\text{ tr}}^{\text{is}} = 37,7 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

b) *Compression polytropique* :

L'exposant γ est remplacé par l'exposant n de la polytropique et la température T_2 est, bien entendu, remplacée par T'_2 .

$w_{12\text{ tr}}^{\text{poly}} = \frac{n r}{n - 1} (T'_2 - T_1)$ A.N. : $w_{12\text{ tr}}^{\text{poly}} = 38,4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

4° question : Soit P la puissance du compresseur.

$P = q_m w_{12\text{ tr}}^{\text{poly}}$ A.N. : $P = 3,3 \text{ kW}$

Partie 2 – Étude du cycle du fréon 22

1° question : Le fréon 22 est à l'état gazeux en A. Le point A est sur l'isotherme 0°C (en marron) et sur l'isobare (en rouge) $p_1 = 5 \text{ bar}$. Le point A est, alors, pratiquement situé sur la courbe de rosée.

L'évolution $A \rightarrow B$ est isentropique ; l'évolution suit l'isentrope (extrapolée) passant par A et ce jusqu'à rencontrer l'isobare $p_2 = 18 \text{ bar}$.

L'évolution $B \rightarrow C \rightarrow D$ est isobare ; le point C est sur la courbe de rosée (C est le « point de condensation ») et le point D est sur la courbe d'ébullition (fin de la condensation).

L'isenthalpe passant par D rencontre l'isobare $p_1 = 5 \text{ bar}$ au point E.

L'évolution finale est isobare et nous ramène en A.

Remarque : Le point B est à proximité de l'isotherme (repérée en marron) 70°C (343 K).

2° question :

Enthalpies massiques	h_A	h_B	h_C	h_D	h_E
(en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	406	438	418	257	257

3° question : Le travail massique réellement fourni au fluide par le compresseur est égal au travail avec transvasement soit, pour une compression isentropique ($q_{AB} = 0$) :

$$w_{AB} = h_B - h_A$$

$$\text{A.N. : } w_{AB} \cong 32 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Remarque : Cette valeur est différente de celle calculée au A3°) car le fréon gazeux ne se comporte pas réellement comme un gaz parfait.

L'ordre de grandeur est cependant correct.

4° question : Condenseur

La chaleur massique reçue par le fluide (algébriquement) lors de l'évolution **isobare** $B \rightarrow D$ est égale à la variation de son enthalpie massique : $q_1 = h_D - h_B$

$$\text{A.N. : } q_1 \cong -181 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Cette chaleur est négative ; elle est donc cédée par le fluide à l'extérieur (en fait, au local à chauffer). La chaleur reçue par le local à chauffer constitue donc la « recette ».

5° question : Évaporateur

La chaleur massique reçue par le fluide (algébriquement) lors de l'évolution **isobare** $E \rightarrow A$ est égale à : $q_2 = h_A - h_E$

$$\text{A.N. : } q_2 \cong 149 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La chaleur est effectivement reçue par le fluide pour se vaporiser totalement.

6° question :

Le coefficient de performance de la pompe à chaleur (COP) est égal au rapport de la « recette » sur la « dépense ».

La « recette » est constituée par $-q_1$. La « dépense » correspond au travail massique total reçu par le fluide au cours du cycle.

Entre D et E, le fluide ne reçoit ni chaleur, ni travail (laminage du fluide).

Le travail massique total reçu par le fluide, au cours du cycle (w_{cycle}) s'écrit : $w_{\text{cycle}} + q_1 + q_2 = (\Delta u)_{\text{cycle}} = 0$

$$\text{On en déduit : } \text{COP} = \frac{-q_1}{w_{\text{cycle}}} = \frac{-q_1}{-(q_1 + q_2)} \quad \text{soit : } \text{COP} = \frac{(h_B - h_D)}{(h_B - h_D) + (h_E - h_A)}$$

Comme $h_D = h_E$, on peut écrire :
$$\text{COP} = \frac{h_B - h_D}{h_B - h_A}$$

$$\text{A.N. : } \text{COP} = 5,7$$

Remarque importante : Le dénominateur de l'expression précédente montre que le travail massique total reçu par le fluide au cours du cycle (w_{cycle}) est égal à w_{AB} !

Justification :

Sur un cycle, le travail massique avec transvasement est égal au travail massique reçu par le fluide.*

* En effet, on a **toujours** :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\text{cycle}} w_{\text{tr}} + \sum_{\text{cycle}} q &= (\Delta h)_{\text{cycle}} = 0 \\ \sum_{\text{cycle}} w + \sum_{\text{cycle}} q &= (\Delta u)_{\text{cycle}} = 0 \end{aligned} \right\} \sum_{\text{cycle}} w_{\text{tr}} = \sum_{\text{cycle}} w_{\text{tr}}$$

Or, ici, les seules parties mobiles susceptibles de fournir du travail avec transvasement au fluide se trouvent au niveau du compresseur

On a donc : $\sum_{\text{cycle}} w_{\text{tr}} = w_{\text{cycle}} = w_{AB}$ d'où, ici, une « définition » du COP plus rapide :

$$\text{COP} = \frac{-q_1}{w_{AB}}$$

