Corrigé

1° question :

Etat 1
$p_1 = 10^5$ Pa
$T_1 = 293$ K
$V_1 = ?$

Compression isentropique (adiabatique et réversible) →

Etat 2
$p_2 = 10$ bar
$T_2 =$
$V_2 =$

↓ Echauffement isobare

Etat 3
$p_3 = p_2 = 10$ bar
$T_3 =$
$V_3 =$

← Détente isentropique (adiabatique et réversible)

Etat 4
$p_4 = p_1 = 1$ bar
$T_4 =$
$V_4 =$

↑ Refroidissement isobare (retour à l'Etat 1)

2° question :

a) On prend : $m = 1$ kg

- **Etat 1 :** On applique l'équation d'état du gaz parfait : $V_1 = \dfrac{m\,r\,T_1}{p_1}$ A.N. : $V_1 = 841$ L
- **Etat 2 :**

➢ La compression du gaz (considéré comme parfait) est adiabatique et réversible ; on a :
$p_2^{\,1-\gamma}\; T_2^{\,\gamma} = p_1^{\,1-\gamma}\; T_1^{\,\gamma}$

soit : $\dfrac{T_2^{\,\gamma}}{T_1^{\,\gamma}} = \dfrac{p_1^{\,1-\gamma}}{p_2^{\,1-\gamma}}$ **puis** $\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{1-\gamma}$ **et, enfin :** $\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma\times\frac{1}{\gamma}} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)\times\frac{1}{\gamma}}$

On en déduit : $\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)\times\frac{1}{\gamma}}$ **puis** $T_2 = T_1\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}}$ A.N. : $T_2 = 566$ K

➢ L'équation d'état du gaz parfait nous permet de calculer le volume : $V_2 = 162$ L

- **Etat 3 :**

➢ Soit q la chaleur massique reçue par l'air lors de son passage dans la chambre de combustion. L'échauffement du gaz parfait (air) est isobare de sorte que l'on a : $q = h_3 - h_2 = c_p\,(T_3 - T_2)$.

On en déduit : $T_3 = T_2 + \dfrac{q}{c_p}$ A.N. : $T_3 = 996$ K

➢ L'équation d'état nous permet de calculer le volume V_3 : A.N. : $V_3 = 286$ L $V_3 = \dfrac{m\,r\,T_3}{p_3}$

- **Etat 4 :**

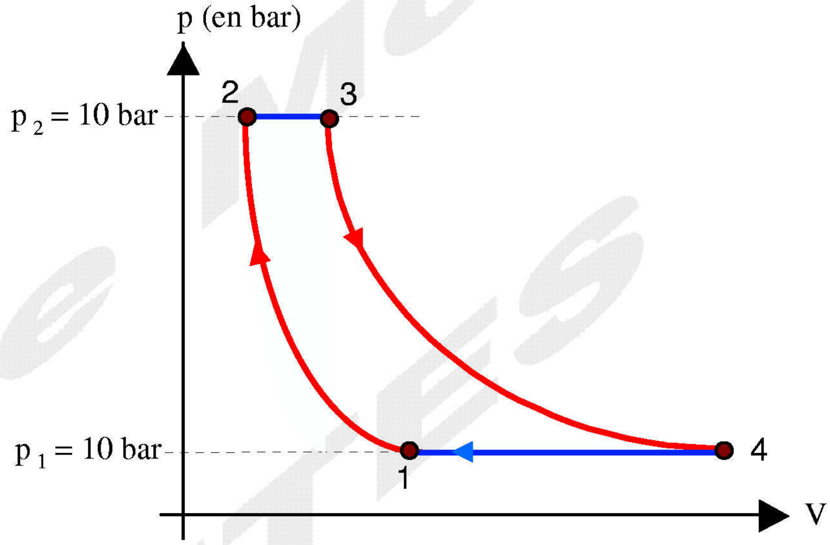
➢ La détente de l'air (considéré comme un gaz parfait) est adiabatique et réversible de sorte que l'on peut utiliser le résultat concernant l'état 2.

A.N. : $T_4 = 516$ K $T_4 = T_3\left(\dfrac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} = T_3\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}}$

➢ Le volume est calculé en utilisant l'équation d'état : $(p_4 = p_1)$

A.N. : $V_4 = 1481$ L $V_4 = \dfrac{m\,r\,T_4}{p_1}$

b) Représentation du cycle :



c) Calculs des travaux :

* W_{12}

La transformation est adiabatique de sorte que l'on a : $Q_{12} = 0$

On applique le Premier Principe pour les fluides en écoulement au gaz qui subit la transformation ; on obtient : $Q_{12} + W_{12} = W_{12} = \Delta H_{12}$

Le gaz est considéré comme parfait : $\Delta H_{12} = m\,c_p\,(T_2 - T_1)$

On a donc : $W_{12} = m\,c_p\,(T_2 - T_1)$ A.N. : $W_{12} = 273$ kJ

<u>Remarque</u> : La formulation « travail échangé avec l'extérieur » est assez vague ….. En fait, le calcul du travail reçu par l'air de la part des différents organes (turbine, compresseur, …) semble plus logique ; ce travail est appelé par certains auteurs « travail avec transvasement » et par d'autres « travail de transvasement ».

Ce travail, néanmoins, est différent du travail total reçu par le fluide lors de son évolution de l'état 1 vers l'état 2. En effet, ce dernier serait égal à :

$$W_{12\,tot} + Q_{12} = W_{12\,tot} = \Delta U_{12} = m\,\frac{c_p}{\gamma}\,(T_2 - T_1) \qquad \text{A.N.: } W_{12\,tot} = 196\text{ kJ}$$

* W_{23}

Le Premier Principe pour les fluides en écoulement s'applique encore : $W_{23} + Q_{23} = H_3 - H_2$

La transformation est isobare de sorte que la chaleur reçue par l'air (Q_{23}) est égale à la variation d'enthalpie du gaz. $Q_{23} = H_3 - H_2$

On en déduit aussitôt : $W_{23} = 0$

Remarque 1 : Ce résultat est tout à fait logique car il n'y a aucune partie mobile susceptible de fournir du travail mécanique au fluide dans la chambre de combustion !

Remarque 2 : La transformation est, cette fois, isobare. Le travail « de transvasement » est différent, cette fois encore, du travail total reçu par le fluide.

$$W_{23\,tot} = -\int_{V_2}^{V_3} p\,dV = -p_2 \int_{V_2}^{V_3} dV = -p_2\,(V_3 - V_2)$$

$$W_{23\,tot} = p_2\,(V_2 - V_3) \qquad \text{A.N.: } W_{23\,tot} = -124\text{ kJ}$$

* W_{34}

La transformation est adiabatique ; le raisonnement développé pour calculer W_{12} reste valable.

$$W_{34} = m\,c_p\,(T_4 - T_3) \qquad \text{A.N.: } W_{23} = -483\text{ kJ}$$

* W_{41}

La transformation est isobare ; le raisonnement développé pour calculer W_{23} reste valable.

$$W_{41} = 0$$

d) Calcul de W :

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} \quad \text{soit : } \quad W = W_{12} + W_{34} = (H_2 - H_1) + (H_4 - H_3)$$

$$\text{A.N.: } W = -\,210\text{ kJ}$$

Remarque : Le travail « reçu » par l'air est négatif ! Ce résultat est logique puisque nous avons affaire à un cycle moteur (il s'agit de mouvoir l'hélice) !

Le cycle, dans le diagramme de Clapeyron (p,V) est décrit dans le sens contraire du sens trigonométrique.

3° question : W_{34} représente le travail fourni par la turbine à l'air (et reçu par l'air) ! Ce travail est négatif ; il est, en réalité fourni par l'air à l'hélice.

L'utilisateur de la turbine à gaz peut recueillir le travail $-W_{34\,tr} = m\, c_p\, (T_3 - T_4)$

On en déduit la puissance P recueillie au niveau de la turbine :

$$P = \frac{-W_{34\,tr}}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} c_p\, (T_3 - T_4) = D_m\, c_p\, (T_3 - T_4)$$

$$P = D_m\, c_p\, (T_3 - T_4)$$

D_m représente le débit massique de l'air ; ce débit massique est le même pour la totalité du cycle décrit. $D_m = 45\ kg.s^{-1}$.

A.N. : P = 21,7 MW

4° question :

La puissance réelle de la turbine est donnée par : $\eta = \dfrac{P'}{P}$; on en déduit : $P' = \eta\, P$

A.N. : P' = 16,9 MW

5° question :

L'expression du travail total reçu par le fluide est bien conforme à celle que nous avons trouvé à la question 2°) d).

Remarque : Le calcul de la somme des travaux $W_{12\,tot} + W_{23\,tot} + W_{34\,tot} + W_{43\,tot}$ aurait, bien entendu, fourni le même résultat !

En effet : $W_{tot} + Q_{cycle} = \Delta U_{cycle}$ (Premier Principe)

Comme $\Delta U_{cycle} = 0$ (U est une fonction d'état), on obtient : $\boxed{W_{tot} = -Q_{cycle}}$

L'application du Premier Principe appliqué aux fluides en écoulement aurait donné :

$W + Q_{cycle} = \Delta H_{cycle}$ avec $\Delta H_{cycle} = 0$ (H est aussi une fonction d'état) et, par conséquent :

$$\boxed{W = -Q_{cycle}}$$

On a donc bien égalité des travaux W et W_{tot} !