



ROYAUME DU MAROC
MINISTRE DE L' EDUCATION NATIONALE ,
DE L' ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ,
DE LA FORMATION DES CADRES ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ACADEMIE DU GRAND CASABLANCA
DELEGATION EL FIDA DERB SULTAN
LYCEE ALKHAOUARIZMY

**BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR
ELECTROTECHNIQUE
PREMIERE ANNEE**

EXAMEN PARTIEL

SESSION MAI 2009

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 2H

DOCUMENTS NON AUTORISES

$\frac{1}{2}$

Exercice 1 : (3 points)

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par : $u_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

1,5 pt

1) Déterminer les réels a, b et c tels que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1} + \frac{c}{n+2}$

1 pt

2) Soit $N \in \mathbb{N}^*$, calculer $S_N = \sum_{n=1}^N u_n$.

0,5 pt

3) En déduire la somme de la série : $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (10,5 points) Les parties A et B sont indépendantes .

A - Calculer les limites suivantes :

1pt

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$

1pt

(ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi}$

1pt

(iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \tan\left(\frac{1}{x}\right)$

B - Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt[3]{x} + 3\ln(x)$ et soit g la fonction définie par : $g(x) = x^2 - 3x + 2$, C_f et C_g désignent les graphes de f et g respectivement, relativement à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$.

- 1 pt** 1) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- 1,5pt** 2) Calculer : $f'(x)$, $g'(x)$ et en déduire les tableaux de variations de f et g .
- 1,5 pt** 3) Montrer que C_f coupe l'axe des abscisses en un point I d'abscisse α tel que : $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.
(on donne : $\ln(2) \approx 0,69$).
- 1 pt** 4) Construire C_f et C_g .
- 1 pt** 5) Localiser a et b ; les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g et résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$.
- 1,5 pt** 6) Calculer en cm^2 l'aire du domaine limité par : la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites $x = 2$, $x = 3$.

Exercice 3 : (6,5 points)

- 1,5pt** 1) En mettant $\frac{-2x^3 + 2x^2 - 3x + 6}{(x-1)^2}$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{x-1} + \frac{d}{(x-1)^2}$,
calculer l'intégrale $\int_2^4 \frac{-2x^3 + 2x^2 - 3x + 6}{(x-1)^2} dx$
- 2) Calculer les intégrales suivantes :
- 2pts** (i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + x^2) \sin x dx$ (faire des intégrations par parties)
- 1pt** (ii) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}+1} dx$ (poser: $t = \frac{1}{x} + 1$).
- 1,5pt** 3) (i) Linéariser : $\cos^2 x \times \sin 3x \times \sin x$.
- 0,5pt** (ii) Calculer: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \times \sin 3x \times \sin x dx$.

