

---

Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur, de la formation des  
cadres et de la recherche scientifique :  
Secteur de l'enseignement scolaire  
Académie du grand Casablanca  
Délégation Elfida Mers Esseltan  
Lycée Alkhouarizmy  
Département BTS

---

**BREVET DE TECHNICIEN  
SUPERIEUR  
PRODUCTIQUE**

---

**EXAMEN DE SORTIE  
EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

---

Session : Mai 2008  
Durée : 2h  
Niveau : 2<sup>ème</sup> année

---

**Exercice 1 : (4 points)**

1) Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :

$$f(x, y) = e^{1+x^2+xy} + \sin(x^3 + x^2y + y^3).$$

1,5 pts

(i) Calculer :  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ .

1 pt

(ii) Calculer :  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$

2) L'aire d'un secteur angulaire est :  $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ , où  $r$  et  $\theta$  représentent respectivement le rayon et la mesure en radian du secteur angulaire.

$A$  est une fonction de deux variables :  $r$  et  $\theta$ , on écrit :  $A(r, \theta) = \frac{1}{2}r^2\theta$ .

(on rappelle qu'un secteur angulaire est l'intersection d'un disque et d'un angle ayant pour sommet le centre de ce disque)

0,5 pt

(i) Déterminer la différentielle  $dA$ .

1 pt

(ii) On donne  $r = 4$  m et  $\theta = 2$  rad, on suppose que la mesure de  $r$  est prise avec une incertitude de  $\pm 10^{-2}$  m, et la mesure de  $\theta$  est prise avec une incertitude de  $\pm 0,02$  rad calculer l'aire de ce secteur angulaire, et donner une majoration de l'erreur absolue et de l'erreur relative sur ce calcul.

**Exercice 2 : (6 points)**

1) On considère le domaine :  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1 \text{ et } x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

0,5 pt

(i) Représenter  $D$ .

2 pts

(ii) Calculer l'aire du domaine  $D$ .

2) On considère le domaine :  $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 1\}$

0,5 pt

(i) Représenter  $\Delta$ .

1,5 pts

(ii) Calculer l'intégrale double :  $\iint_{\Delta} \frac{(x+y)}{1+x^2+y^2} dx dy$

1,5 pts

(iii) Calculer l'intégrale double :  $\iint_{\Delta} \frac{dx dy}{(1+x^2+y^2)^3}$ .

**Exercice 3 : ( 5,5 points )**

2,5 pts

1) Calculer l'intégrale triple suivante :  $\iiint_{\Delta} (xy + z) dx dy dz$ , où

$$\Delta = [-1,1] \times [1,2] \times [0,1].$$

3 pts

2) En utilisant les coordonnées sphériques, déterminer le centre d'inertie d'une demi-boule B homogène de rayon R définie par :

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$$

(on rappelle les formules liant les coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  aux coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  ;  $x = r \cos \theta \sin \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \varphi$ , et on a :

$$(x, y, z) \in B \Leftrightarrow 0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

**Exercice 4 : ( 4,5 points )**

Le tableau ci-dessous indique la puissance X (exprimée en chevaux) et la cylindrée Y (exprimée en  $\text{cm}^3$ ) de 7 voitures à moteur diesel.

X	37	55	60	65	70	72	76
Y	993	1579	1761	1935	1986	1997	2498

1,5 pts

1) Représenter le nuage de cette statistique double.  
(prendre 2cm pour 10ch et 0,5 cm pour  $100\text{cm}^3$ )

0,5 pt

2) Calculer :  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  et représenter le point moyen G du nuage.

1,5 pts

3) Calculer :  $\sigma_X$ ,  $\sigma_{XY}$ .

1 pt

4) Déterminer la droite de régression de y en x ; D:  $y = ax + b$  et représenter cette droite.