**ROYAUME DU MAROC**
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE
L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR, DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE ET DE LA FORMATION DES CADRES
ACADEMIE REGIONALE DE L'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION DU GRAND CASABLANCA
DELEGATION FIDA - MERS SULTANE
**LYCEE AL KHAOUARIZMY**

# SESSION MAI 2009

**Examen de Sortie**
**Brevet de Technicien Supérieur**

# Section : Electrotechnique

## Epreuve d'Automatique

**Coefficient : 12**

**Durée : 3 heures**

**AVERTISSEMENTS**

- *Aucun document n'est autorisé.*
- *La lecture de l'ensemble du sujet est vivement conseillée avant la rédaction des réponses.*
- *Inscrire le numéro de la question avant la rédaction de la repense correspondante et encadrer le résultat final.*

# ASSERVISSEMENT DE POSITION D'UN ACTIONNEUR ELECTRO-MECANIQUE

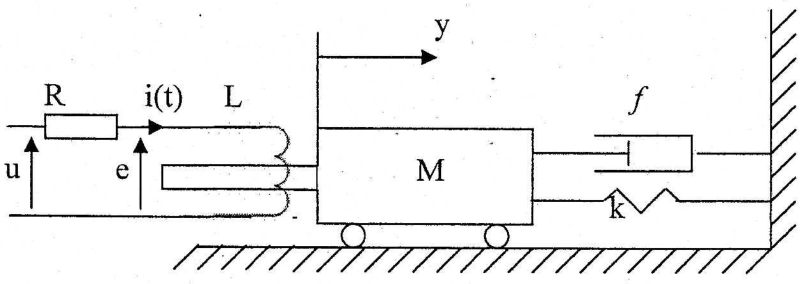
**<u>Enoncé :</u>**

La modélisation simplifiée en vue de l'asservissement de position d'un actionneur électro-mécanique et de sa charge a conduit au schéma de *la figure 1*, sur cette figure :

- L'ensemble chariot de masse M, ressort de raideur k, coefficient de frottement visqueux $f$ modélise la partie mécanique.

- L'ensemble résistance R, inductance L, force contre électromotrice introduite par l'enroulement $e(t) = \alpha.dy/dt$, force appliquée à la charge $F(t) = \beta.i(t)$, caractérise la partie électrique.

- Les variables u, i, y représentent respectivement la tension à l'entrée, le courant dans l'enroulement et la position de la charge à partir d'un état d'équilibre.




*<u>Figure 1 :</u>*

## I- <u>Modélisation</u> :

Le système est représenté par les équations électrique, mécanique et électromécaniques suivantes :

$$\begin{cases} u = R\,i(t) + L\,i'(t) + e(t) \\ M.y''(t) = -f\,y'(t) - k\,y(t) + F(t) \\ e(t) = \alpha.y'(t) \\ F(t) = \beta.i(t) \end{cases}$$

**1)** Donner les équations équivalentes en notations de Laplace sachant que les conditions initiales sont nulles.

**2)** Représenter le schéma bloc de ce système en prenant comme entrée U(p) et comme sortie Y(p) .(On fera apparaître sur le schéma bloc les grandeurs I(p), F(p) et E(p)).

3) Donner l'expression de la fonction de transfert H(p) = Y(p) / F(p).

4) En déduire la fonction de transfert en boucle ouverte G(p).

5) Donner l'expression de la fonction de transfert T(p) = Y(p) / U(p).

6) On néglige les effets de l'inductance (L=0) et du ressort (k = 0 ), donner alors les nouvelles expressions de G(p) et T(p).

**II- <u>Analyse du système continu</u> :**

On adopte les valeurs numériques suivantes :

M = 30 kg , $f$ = 30 N.s/m , R= 0,02 Ω , α = 0,3 V.s/m , β = 6 N/A.

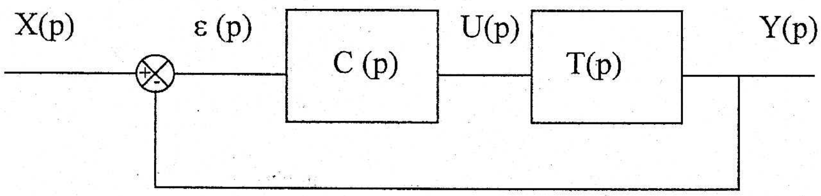
1) Calculer G(p) et T(p).

2) - Calculer la pulsation $\omega_0$ pour laquelle $|\underline{T}(j\omega_0)| = 1$
   - Calculer la phase correspondante $\varphi(\omega_0)$ .
   - En déduire la marge de phase $M_\varphi$ .

3) En vue d'assurer l'asservissement en position du chariot, un correcteur analogique $C_1(p)$ de fonction de transfert :

$$C\,(p) = \frac{1 + 2{,}5\,p}{0{,}025\,p}$$

a été introduit dans la chaîne directe d'une boucle d'asservissement (*figure 2*).




*<u>figure 2</u>*

a) Quel est le rôle de ce correcteur ?

b) Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte T'(p) du système corrigé.

c) Calculer l'erreur de position $\varepsilon_p$ pour une entrée en échelon unitaire et l'erreur de vitesse $\varepsilon_v$ pour une entrée en rampe.

d) Donner la fonction de transfert en boucle fermée F'(p) du système corrigé.

e) Etudier la stabilité du système.

### III- **Analyse du système échantillonné :**

1) Etude du système échantillonné non corrigé :

On place à l'entrée du système non corrigé un bloqueur d'ordre zéro (*figure 3*)et on choisit comme période d'échantillonnage T = 0.5 s.

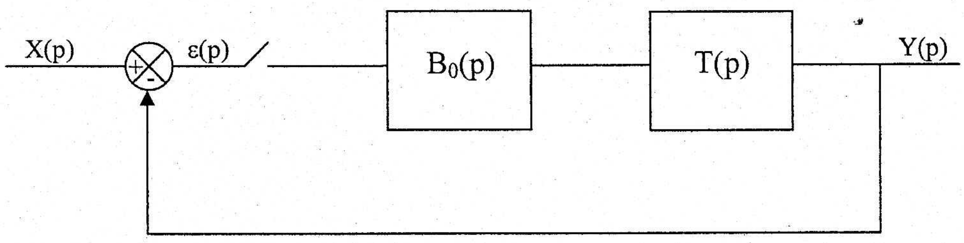



*figure 3*

a) Quel est le rôle du bloqueur d'ordre zéro ?

b) Rappeler sa fonction de transfert $B_0(p)$.

c) Calculer la transmittance échantillonnée en boucle ouverte : $T(z) = Y(z) / \varepsilon(z)$.

d) En déduire la transmittance échantillonnée en boucle fermée $F(z) = Y(z) / X(z)$.

e) Etudier la stabilité du système.

f) Calculer l'erreur de position $\varepsilon_p$ pour une entrée en échelon unitaire.

2) Etude du système échantillonné corrigé :

On désire corriger le système précédent, pour cela on place un correcteur C(z) dans la chaîne directe (*figure 4*).

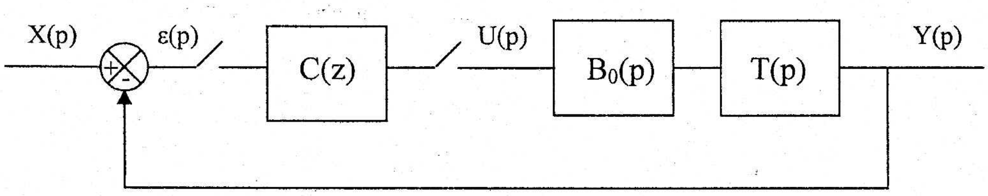



*figure 4*

a) Commande à l'aide d'un correcteur analogique :

- Déterminer la transmittance échantillonnée $C_1(z)$ du correcteur obtenu à partir du correcteur analogique déjà calculé en utilisant l'approximation trapézoïdale :

$$p = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$$

- Déduire l'équation aux différences $u_n = f(\varepsilon_n)$.

b) Commande à l'aide d'un correcteur en z :

On désire trouver un correcteur $C_2(z)$ placé dans la chaîne directe et tel que le système compensé se comporte comme un système du premier ordre retardé d'une période d'échantillonnage et de gain statique unitaire ce qui correspond à une transmittance F(z) telle que :

$$F(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-a}{1-a.z^{-1}}\,z^{-1} = \frac{1-a}{z-a}$$

Où la valeur du paramètre a fixe la dynamique de l'asservissement.

- Calculer le correcteur $C_2(z)$ qui permet d'obtenir cette fonction de transfert en boucle fermée.

- Déduire l'équation aux différences $u_n = f(\varepsilon_n)$.

**On rappelle :**

⇨ $\lim_{t \to +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \to 0} p\, \varepsilon(p)$

⇨ $\lim_{t \to +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{z \to 1} (1-z^{-1})\, \varepsilon(z)$

⇨ $Z(1/p) = \dfrac{z}{z-1}$

⇨ $Z\left(\dfrac{a}{p^2(p+a)}\right) = \dfrac{Tz}{(z-1)^2} - \dfrac{(1-e^{-aT})\,z}{a(z-1)(z-e^{-aT})}$

**Barème: sur 40 points**

| I- 10 points | II- 14 points | | III- 16 points | |
|---|---|---|---|---|
| 1) 1,5 pts<br>2) 1,5 pts<br>3) 1,5 pts<br>4) 1 pt<br>5) 2 pts<br>6) 2 pts | 1) 2pts<br><br>2) 1,5 pts<br>1,5 pts<br>1,5 pts | 3) a) 1 pt<br>b) 1 pt<br>c) 2 pts<br>d) 1 pt<br>e) 2 pts<br>f) 1 pt | 1)a) 1 pt<br>b) 1 pt<br>c) 2pts<br>d) 2pts<br>e) 2pts | 2)a) 2pts<br>2pts<br>b) 2pts<br>2pts |