

ROYAUME DU MAROC  
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE  
L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE ET DE LA FORMATION DES CADRES  
ACADÉMIE RÉGIONALE DE L'ÉDUCATION ET DE FORMATION  
RÉGION DU GRAND CASABLANCA  
DÉLÉGATION FIDA - MERS SULTANE  
LYCÉE AL KHAOUARIZMY

SESSION MAI 2009

**Examen de Sortie  
Brevet de Technicien Supérieur**

**Section : Electrotechnique**

**Epreuve de Mathématiques**

**Coefficient : 10**

**Durée : 2 heures**

**AVERTISSEMENTS**

- *Aucun document n'est autorisé.*
- *Inscrire le numéro de la question avant la rédaction de la réponse correspondante et encadrer le résultat final.*

**Documents constituant le sujet :**  
*- texte sujet : 2 pages*

**Exercice 1 : (6 points)**

0,5 pts

1) a) Vérifier sans calcul que  $\int_4^{+\infty} \frac{dt}{t^3 \times \sqrt[3]{t}}$  est convergente.

1 pt

b) Calculer  $I$ .2) Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} - \{1, 2, 3\}$  par  $g(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ .

1 pt

a) Trouver les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$  telles que :

$$g(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} - \{1, 2, 3\}.$$

1 pt

b) Calculer  $\int_4^5 g(x) dx$ .3) Soit  $X \in \mathbb{R}$ .

1 pt

(i) Calculer  $F(X) = \int_0^X \frac{6t}{(1+t^2)^4} dt$  (On rappelle : une primitive de  $u' u^\alpha$  est  $\frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ ).

1 pt

(ii) Calculer  $\lim_{X \rightarrow +\infty} F(X)$  et  $\lim_{X \rightarrow -\infty} F(X)$ .

0,5 pt

(iii) En déduire les valeurs de :  $\int_0^{+\infty} \frac{6t}{(1+t^2)^4} dt$  et  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{6|t|}{(1+t^2)^4} dt$ **Exercice 2 : (5,5 points)**

2 pts

1) Résoudre l'équation différentielle :  $y' - y \cos 2x = e^{-x + \frac{\sin 2x}{2}}$ .2) Soit l'équation différentielle : (E)  $y'' + 2y' - 3y = (12x^2 + 6x)e^x$ .

1 pt

a) Résoudre l'équation homogène : (H)  $y'' + 2y' - 3y = 0$ .

1,5 pt

b) Montrer que la fonction  $Z$  définie par :  $Z(x) = x^3 e^x$  est une solution particulière de (E) et résoudre (E).

1 pt

c) Chercher la solution  $y$  de (E) vérifiant :  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 2$ .

**Exercice 3 : ( 5,5 points )**

Soit la fonction  $2\pi$ -périodique  $\varphi$  égale à  $x \rightarrow \frac{|x|}{4}$  sur l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ .

1 pt

1) Représenter  $\varphi$  sur l'intervalle  $[-3\pi, 3\pi]$ .

2 pts

2) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction  $\varphi$  (remarquer que  $\varphi$  est paire).

1 pt

3) (i) Ecrire  $\varphi(0)$  sous forme de la somme d'une série.

1,5 pt

(ii) En déduire la somme de la série :  $\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2}$

**Exercice 4 : ( 3 points )**

Lors d'une enquête effectuée dans un immeuble de 26 logements, on a relevé pour chacun d'eux le nombre d'occupants écoliers, le dépouillement a donné les résultats suivants :

Nombre d'écoliers	0	1	2	3	4	5
Effectif	8	12	7	3	2	2

1 pt

1) Dresser un tableau, où on met en évidence : l'effectif, l'effectif cumulé, la fréquence le pourcentage de chaque valeur du caractère étudié

0,5 pt

2) Déterminer la médiane

0,5 pt

3) Calculer la moyenne

0,5 pt

4) Calculer l'écart moyen et l'écart-type.

0,5 pt

5) Tracer le diagramme en bâtons des effectifs.