
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur, de la
formation des cadres et de la recherche scientifique
Académie du grand Casablanca
Délégation El Fida Mers sultan
Lycée Alkhaouarizmy
Département BTS

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SECTION : MOULISTE

**EXAMEN DE SORTIE
EPREUVE DE MATHEMATIQUE**

Session : mai 2009
Durée : 2Heures
Niveau : 2^{ème} année
Coefficient : 10

Exercice 4 :(6 points)

1pt

1) Déterminer toutes les fonctions différentiables sur $\mathbb{R}^2$ telles que :

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = y \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = x \end{cases}$$

2) Soit ω la forme différentielle définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$\omega(x,y) = ydx + xdy$$

1pt

1pt

a) Montrer que ω est exacte.b) En déduire toutes les fonctions différentiables f telles que : $df = \omega$ 3) Soit (Γ) la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t^2 \end{cases} ; t \in [0;1]$$

2pts

1pt

a) Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\Gamma} \omega$.b) Calculer la longueur de la courbe (Γ) .**Exercice 5 :(4points)**

Une urne contient dix boules dont trois rouges

On tire huit boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.

Soit X la variable aléatoire qui , à chaque tirage ,associe le nombre de boules rouges obtenues .

1pt

1) Quelle loi suit la variable aléatoire X ? (justifier votre réponse)

1pt

2) Calculer $P(X \leq 5)$.

2pts

3) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de la variable aléatoire X .

Exercice 1 : (4points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^3$ par :

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xyz - 2$$

1pt

1) Déterminer $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$

2) On considère la surface (S) d'équation cartésienne :

$$x^2 + y^2 + z^2 + xyz = 2$$

1pt

a) Vérifier que le point A (1, 1, -1) appartient à (S).

2pts

b) Déterminer l'équation du plan tangent à (S) au point A.

Exercice2 : (4 points)

1pt

1) Vérifier que la fonction $x \rightarrow x - \text{Arctan}(x)$ est une primitive de $x \rightarrow \frac{x^2}{1+x^2}$ sur

$\mathbb{R}$:

2) Soit le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0 \text{ et } y \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 1\}$

1pt

a) Représenter le domaine D.

2pts

b) En utilisant les coordonnées polaires, calculer l'intégrale double :

$$\iint_D \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy$$

Exercice3: (2 points) :

Calculer l'intégrale triple :

2pts

$$\iiint_{\Delta} e^{x+y+z} dx dy dz \quad \text{où } \Delta = [0, \ln 2]^3$$