MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ACADEMIE DU GRAND CASABLANCA
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DELEGATION EL FIDA- MERS SULTAN
DE LA FORMATION DES CADRES
LYCEE AL KHAOUARIZMY
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
DEPARTEMENT DE L'EDUCATION NATIONALE

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

PRODUCTIQUE PAR ALTERNANCE

EXAMEN DE SORTIE

SESSION MAI 2009

EPREUVE DE

MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures	Coefficient : 15

Exercice 1 : (5 points)

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y)=\cos(1+x^2+y^2)+\frac{3xy}{1+x^2+y^2}.$$

1 pt a) Calculer : $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$.

b) Soit $(r,\theta)\in\mathbb{R}^2$, on pose $g(r,\theta)=f(r\cos\theta, r\sin\theta)$.

0,25 pt (i) Calculer $g(r,\theta)$.

1 pt (ii) g est alors une fonction de deux variables : r et θ,

calculer $\frac{\partial g}{\partial r}(r,\theta)$ *et* $\frac{\partial g}{\partial \theta}(r,\theta)$

1 pt c) *On pose* $h(x,y)=f(x,y)-\frac{3xy}{1+x^2+y^2}$.

calculer $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x,y)$, $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}(x,y)$ *et* $\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial y}(x,y)$.

2) Soit une pyramide ayant une base carrée de côté mesurant x ,

le volume de la pyramide est : $V=\frac{1}{3}x^2h$, où h désigne la hauteur

de la pyramide , on remarque que V est une fonction de deux variables : x et h ;

on écrit : $V(x,h)=\frac{1}{3}x^2h.$

0,5 pt (i) Déterminer la différentielle dV .

1,25 pt (i i) On donne $x=30$ m et $h=12$ m , on suppose que les mesures sont prises avec une incertitude de $\pm 10^{-2}$m , calculer le volume de la pyramide , et donner une majoration de l'erreur absolue et de l'erreur relative sur ce calcul .

Exercice 2 : (6 points)

1) On considère le domaine : D $=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ / \ 0\le x\le 1 \ et \ 2x^2\le y\le 2x\}$

0,5 pt (i) Représenter D .

1 pt (i i) Calculer l'aire du domaine D .

1 pt (i i i) Calculer l'intégrale double : $\iint_D (1+x^3+x^2y+y^3)dxdy$

2) On considère le domaine : $\Delta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 1\}$

0,25 pt (i) Représenter Δ .

1,5 pt (ii) Calculer l'intégrale double : $\iint_\Delta \frac{x-y}{1+x^2+y^2}\,dxdy$

1,75 pts (iii) Calculer l'intégrale double : $\iint_\Delta \frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^5}$.

Exercice 3 : (4,5 points)

2 pts 1) Calculer l'intégrale triple suivante : $\iiint_\Delta (yx^2 + y^3 + xyz)\,dxdydz$, où

$\Delta = [-1,1] \times [2,3] \times [0,2]$.

2,5 pts 2) En utilisant les coordonnées sphériques , calculer l'intégrale triple :

$\iiint_\Delta (x^2 + y^2 + z^2)^4\,dxdydz$, où $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$

(on rappelle les formules liant les coordonnées cartésiennes (x,y,z) aux coordonnées sphériques (r,θ,φ) ; $x = r\cos\theta\sin\varphi$, $y = r\sin\theta\sin\varphi$, $z = r\cos\varphi$, et on a :

$(x,y,z) \in B \Leftrightarrow 0 \leq r \leq R$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et $0 \leq \varphi \leq \pi$)

Exercice 4 : (4,5 points)

Le tableau ci-dessous indique X: le nombre de jours après la naissance et Y: le poids de l'enfant (exprimé en kg) .

X	5	8	10	14	17	19	23	25
Y	3,55	3,80	3,85	3,90	3,98	4	4,09	4,18

1,5 pts 1) Représenter le nuage de cette statistique double .

0,5 pt 2) Calculer : $\overline{x}$, $\overline{y}$ et représenter le point moyen G du nuage .

1,5 pts 3) Calculer : σ_X , σ_{XY}.

1 pt 4) Déterminer la droite de régression de y en x ; D: y = ax+b et représenter cette droite .